

TỔNG VÀ HIỆU CỦA HAI VECTO

Môn Toán – Hình học lớp 10 – Học kỳ 1 – Bài 2.

Nhóm 2: Toán TP.HCM



Giáo án giảng dạy (2 tiết)

Bài giảng luyện tập (đề cương)

Mở rộng nâng cao (tự chọn)

Bạn đọc tìm tòi (đọc thêm)

PHẦN 1: HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG

Hãy trả lời các câu hỏi sau:



Câu 1:

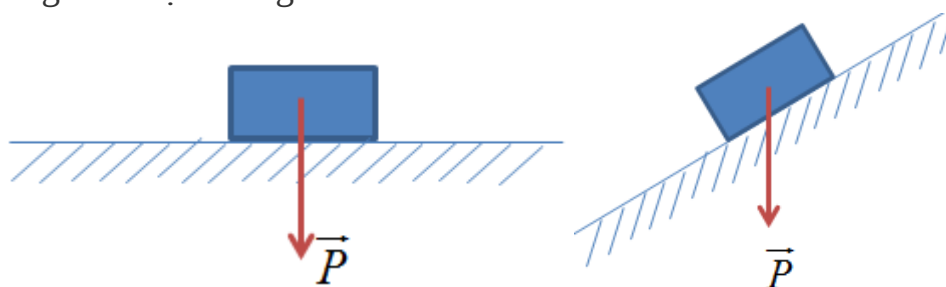


Để kéo chiếc xe của ông già Noel cần phải có 3 chú tuần lộc có lực kéo 50N mỗi chú. Vào một ngày đẹp trời cả 3 chú tuần lộc đều bị ốm, hỏi phải thay ba chú tuần lộc trên bằng một máy bay có lực kéo tối thiểu bằng bao nhiêu mới có thể kéo được chiếc xe của ông già Noel? Tại sao?



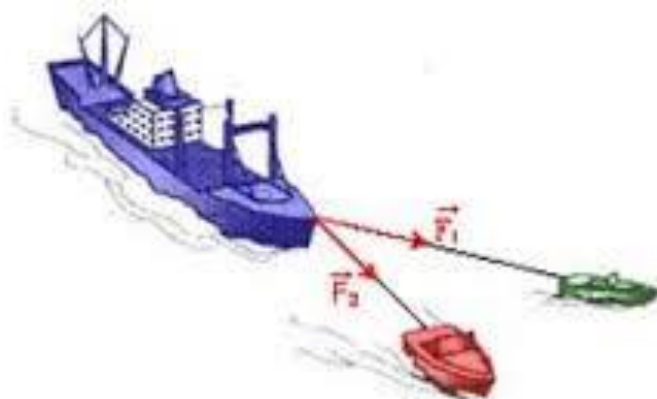
Câu 2:

Hãy giải thích tại sao vật đặt trên mặt bàn ngang thì đứng yên mà khi đặt trên mặt phẳng nghiêng thì trượt xuống?



Câu 3:

Hãy quan sát hình ảnh 2 chiếc canô đang kéo một chiếc tàu gặp nạn trên biển.



a) Em hãy giải thích vì sao một chiếc canô nhỏ không thể kéo được chiếc tàu to nhưng hai chiếc canô nhỏ có thể kéo được chiếc tàu to ?

b) Nếu độ lớn lực kéo $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ của mỗi chiếc canô là 100N và góc tạo bởi $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ là 60° thì hợp lực tác động lên chiếc tàu bằng bao nhiêu?



PHẦN 2: HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC

1. Tổng hai vector

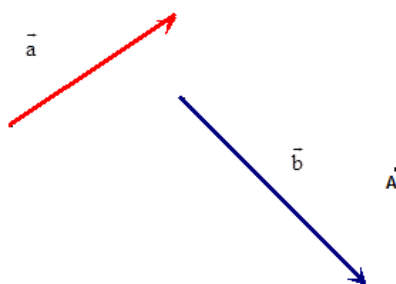
1.1. Khái niệm tổng hai vector

a) Khởi động

Cho hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ và điểm A tùy ý.

Xác định điểm B sao cho $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$

Xác định điểm C sao cho $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$



b) Hình thành kiến thức mới

Định nghĩa

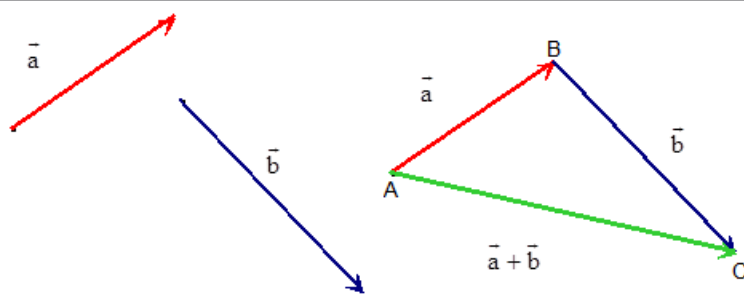
Cho hai vector $\vec{a}, \vec{b}$

Lấy điểm A tùy ý, vẽ $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ và $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$

Vector $\overrightarrow{AC}$ được gọi là tổng của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

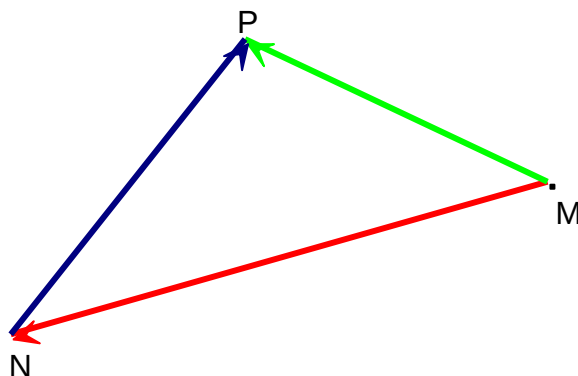
Ta kí hiệu tổng của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là $\vec{a} + \vec{b}$.

Phép toán tìm tổng của hai vector còn được gọi là phép cộng vector.

**c) Ví dụ**

Ví dụ 1: Vẽ hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ bất kỳ. Vẽ vector tổng của $\vec{u}$ và $\vec{v}$

Ví dụ 2: Cho ba vector $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{NP}, \overrightarrow{MP}$ như hình vẽ. Đẳng thức nào sau đây là đúng?



- A. $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MN}$ B. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}$ C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{NP}$

Ví dụ 3: Với ba điểm D, E, F bất kỳ, thu gọn $\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF}$

Quy tắc ba điểm

Với ba điểm A, B, C bất kỳ, ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

Ví dụ 4: Cho ba điểm A, B, C bất kỳ. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

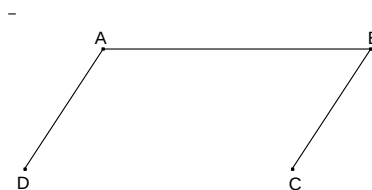
- A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC}$ B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$ D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$

1.2. Quy tắc hình bình hành**a) Khởi động**

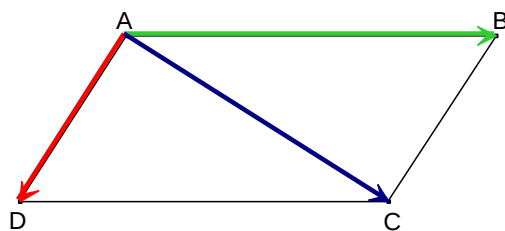
Cho hình bình hành ABCD.

a. Tìm vector bằng với $\overrightarrow{AD}$ trên hình vẽ.

b. Thu gọn $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

**b) Hình thành kiến thức mới****Quy tắc hình bình hành**

Nếu ABCD là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$



c) Ví dụ

Ví dụ 5: Cho hình bình hành ABCD, thu gọn $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DA}$

Ví dụ 6: Cho hình bình hành MNPQ, khẳng định nào sau đây là sai?

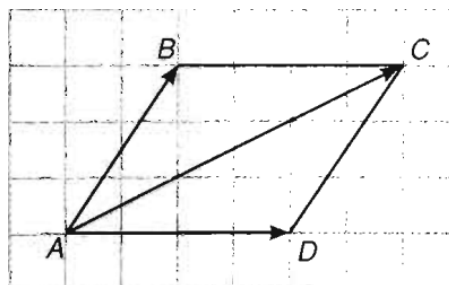
A. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{MP}$

B. $\overrightarrow{NP} + \overrightarrow{NM} = \overrightarrow{NQ}$

C. $\overrightarrow{PM} + \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{PQ}$

D. $\overrightarrow{QM} + \overrightarrow{QP} = \overrightarrow{QN}$

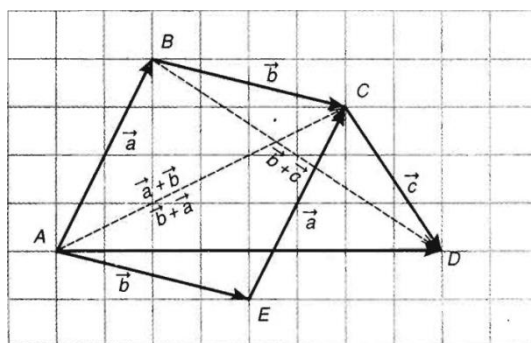
Ví dụ 7: Cho hình bình hành ABCD như hình vẽ. Tổng độ dài của $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$?



1.3. Tính chất của phép cộng vector

a) Khởi động

Quan sát hình vẽ bên dưới, em hãy tìm mệnh đề **sai**?



A. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$

B. $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$

C. $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$

D. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{c}$

b) Hình thành kiến thức mới

Với ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ tùy ý, ta có:

a. Tính chất giao hoán: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$

b. Tính chất kết hợp: $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$

c. Tính chất của vector-không: $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$

c) Ví dụ

Ví dụ 8: Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 3, BC = 4$. Độ dài của $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}$ là:

A. 5

B. 6

C. 7

D. 8

2. Hiệu hai vector

2.1. Vector đối

a) Khởi động

Hoạt động

1

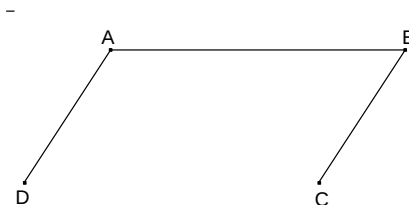
Hai đội chơi kéo co, kéo dây về hai hướng ngược nhau cùng một lúc. Giả sử hai đội có lực kéo như nhau, quan sát và nhận xét sự dịch chuyển của dây tại thời điểm đó.



Hoạt động

2

Cho hình bình hành ABCD, nhận xét độ dài và hướng của hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$.



b) Hình thành kiến thức

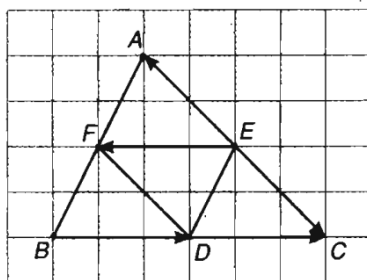
+ Cho $\vec{a}$ bất kỳ, **vector có cùng độ dài và ngược hướng với $\vec{a}$ gọi là vector đối của $\vec{a}$, kí hiệu là $-\vec{a}$**

+ Mỗi vector đều có vector đối. Vector đối của $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{BA}$, nghĩa là $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$

+ Vector đối của $\vec{0}$ là $\vec{0}$

c) Ví dụ

Ví dụ 9: Cho tam giác ABC có D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB. Tìm vector đối của các vector $\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{EA}$.



Ví dụ 10: Cho $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$. Chứng tỏ $\overrightarrow{BC}$ là vector đối của $\overrightarrow{AB}$
(Hai vector đối có tổng bằng $\vec{0}$, liên hệ hai số đối có tổng bằng 0)

2.2. Hiệu của hai vector

a) Khởi động

Cho hai số thực a, b. Điền vào ô trống: $a - b = a + \square$

b) Hình thành kiến thức mới

Cho hai vector $\vec{a}, \vec{b}$

Ta gọi hiệu của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là vector $\vec{a} + (-\vec{b})$, kí hiệu $\vec{a} - \vec{b}$

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

Phép toán tìm hiệu hai vector gọi là phép trừ vector.

c) Ví dụ

Ví dụ 11: Cho ba điểm A, B, C bất kỳ, thu gọn $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

Quy tắc hiệu

Với ba điểm A, B, C bất kỳ, ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$

Ví dụ 12: Cho ba điểm phân biệt M, N, P. Đẳng thức nào sau đây là sai?

A. $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{PN}$

B. $\overrightarrow{NM} - \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{PM}$

C. $\overrightarrow{PM} - \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{MN}$

D. $\overrightarrow{MP} - \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NP}$

Ví dụ 13: Cho tam giác ABC đều cạnh a. Khẳng định nào sau đây đúng:

a. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$

b. $\overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{AB}$

c. $\overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{BC}$

d. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{CA}| = a$

2.3. Trung điểm của đoạn thẳng – Trọng tâm của tam giác.

a) Khởi động

Làm theo hướng dẫn hai bài toán sau:

Bài toán 1

a) Cho I là trung điểm đoạn thẳng AB



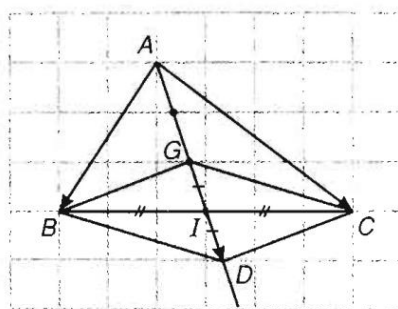
Tìm vector đối của $\overrightarrow{IB}$

Thu gọn $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}$

b) Cho đoạn thẳng AB và điểm I thỏa $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

Nhận xét độ dài và hướng của hai vector $\overrightarrow{IA}$ và $\overrightarrow{IB}$

Chứng minh I là trung điểm của đoạn thẳng AB

Bài toán 2

a) Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi D là điểm đối xứng của A qua G.

Chứng minh BGCD là hình bình hành.

Chứng minh G là trung điểm của AD.

Thu gọn $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$

b) Cho tam giác ABC và điểm G thỏa $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$. Gọi I là trung điểm của BC. Vẽ hình bình hành BGCD.

Thu gọn $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$

Chứng minh G là trung điểm của AD.

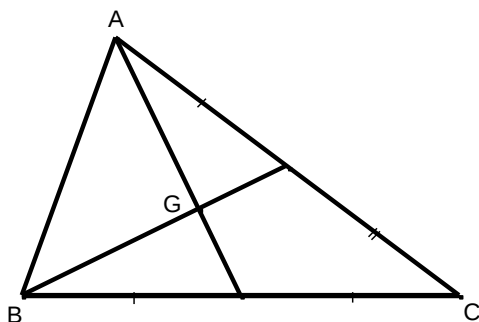
Chứng minh G là trọng tâm của tam giác ABC.

b) Hình thành kiến thức mới

Điểm I là trung điểm của đoạn thẳng AB khi và chỉ khi $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$



Điểm G là trọng tâm của tam giác ABC khi và chỉ khi $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$



c) Ví dụ

Ví dụ 13: a) Cho đoạn thẳng MN có trung điểm K. Tìm hai vector có tổng bằng $\vec{0}$

b) Cho tam giác DEF có G là trọng tâm. Tìm ba vector có tổng bằng $\vec{0}$

Ví dụ 14: Điều kiện cần và đủ để I là trung điểm của đoạn thẳng AB là:

A. $IA = IB$

B. $\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$

C. $\vec{IA} - \vec{IB} = \vec{0}$

D. $\vec{IA} = \vec{IB}$



PHẦN 3: HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

Bài 1. Cho hình vuông ABCD cạnh a, tâm O. Hãy xác định các vector sau và tính độ dài của chúng:

a) $\vec{AB} + \vec{BC}$

b) $\vec{AO} + \vec{BO}$

c) $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD}$

d) $\vec{AD} + \vec{BC}$

e) $\vec{AB} + \vec{CD}$

f) $\vec{AB} + \vec{OD}$

g) $\vec{AC} + \vec{OA} + \vec{CB}$

h) $\vec{AD} + \vec{CO}$

Bài 2. Cho hình bình hành ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm BC và AD. Tìm tổng của hai vector $\vec{NC}$ và $\vec{MC}$; $\vec{AM}$ và $\vec{CD}$; $\vec{AD}$ và $\vec{NC}$.

Bài 3. Cho 6 điểm A, B, C, D, E, E. Chứng minh rằng:

a) $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{AD} + \vec{CB}$

b) $\vec{AB} + \vec{CD} + \vec{EF} = \vec{AD} + \vec{CF} + \vec{EB}$

Bài 4. Cho hình thoi ABCD cạnh a, $\angle BAD = 60^\circ$. Gọi O là giao điểm hai đường chéo. Tính $|\vec{AB} + \vec{AD}|$; $|\vec{BA} - \vec{BC}|$; $|\vec{OB} - \vec{DC}|$.

Bài 5. Vẽ bên ngoài tam giác ABC các hình bình hành ABIJ, BCPQ, CARS. Chứng minh: $\vec{RJ} + \vec{IQ} + \vec{PS} = \vec{0}$.

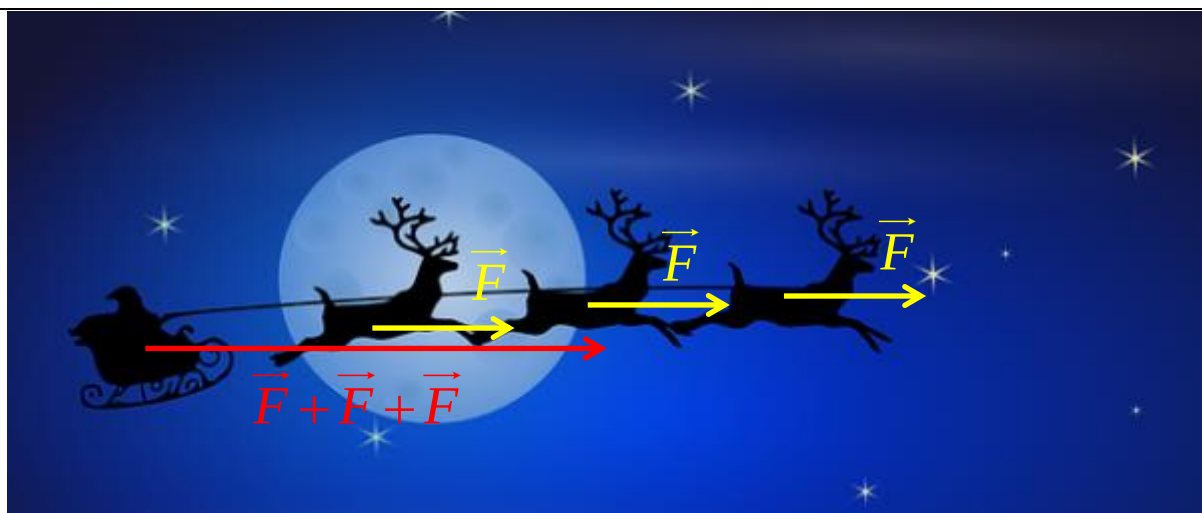
Bài 6. Cho tam giác ABC. Gọi A' là điểm đối xứng của B qua A, B' là điểm đối xứng của C qua B, C' là điểm đối xứng của A qua C. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'}$, với mọi điểm O.

Bài 7. Cho tứ giác ABCD có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ và $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}|$. Tứ giác ABCD là hình gì?



PHẦN 4: HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

Bài toán 1:



Để kéo chiếc xe của ông già Noel cần phải có 3 chú tuần lộc có lực kéo 50N mỗi chú. Vào một ngày đẹp trời cả 3 chú tuần lộc đều bị ốm, hỏi phải thay ba chú tuần lộc trên bằng một máy bay có lực kéo tối thiểu bằng bao nhiêu mới có thể kéo được chiếc xe của ông già Noel ? Tại sao?

Giải:

Vì 3 lực kéo $\vec{F}$ của 3 chú tuần lộc là 3 vec tơ cùng hướng, cùng có độ lớn 50N. Hợp lực tác động lên xe của ông già Noel là tổng 3 lực trên nên cùng hướng với $\vec{F}$, độ lớn bằng $50 \times 3 = 150\text{N}$.

Vì vậy phải thay ba chú tuần lộc trên bằng một máy bay có lực kéo tối thiểu bằng 150N mới có thể kéo được chiếc xe của ông già Noel.

Bài toán 2:

Hãy giải thích tại sao vật đặt trên mặt bàn ngang thì đứng yên mà khi đặt trên mặt phẳng nghiêng thì trượt xuống (biết rằng ma sát không đáng kể, xem như bằng không) ?



Giải:

- **Trường hợp vật đặt trên mặt phẳng nằm ngang:**

Vật chịu tác động của 2 lực: Trọng lực $\vec{P}$ hướng xuống vuông góc mặt bàn và phản lực $\vec{N}$ hướng lên vuông góc mặt bàn.

Đây là 2 lực đối nhau nên có $\vec{P} + \vec{N} = \vec{0}$. Vật đứng yên.

- **Trường hợp vật đặt trên mặt phẳng nằm nghiêng:**

Vật chịu tác động của 2 lực: Trọng lực $\vec{P}$ hướng xuống không vuông góc mặt bàn và phản lực $\vec{N}$ hướng lên vuông góc mặt bàn.

Ta có:

Theo quy tắc hình bình hành : $\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$

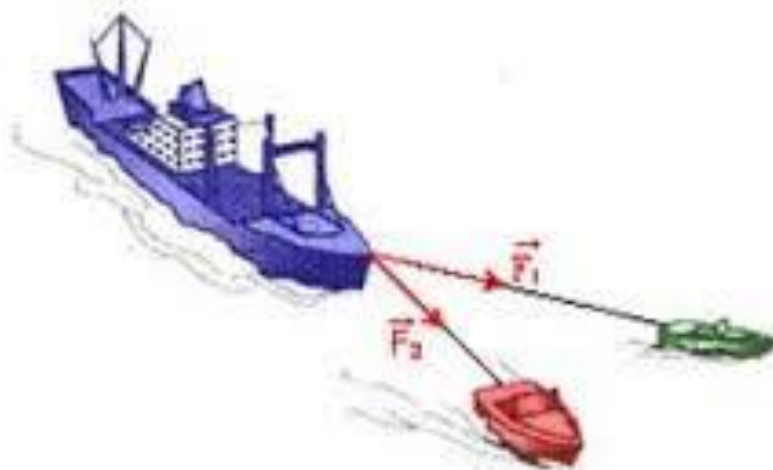
Mà $\vec{P}_2 + \vec{N} = \vec{0}$

Nên hợp lực $\vec{P} + \vec{N} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{N} = \vec{P}_1$

Vật vẫn chịu tác động của $\vec{P}_1$ nên trượt xuống.

Bài toán 3:

Hãy quan sát hình ảnh 2 chiếc canô đang kéo một chiếc tàu gặp nạn trên biển.



a) Em hãy giải thích vì sao một chiếc canô nhỏ không thể kéo được chiếc tàu to nhưng hai chiếc canô nhỏ có thể kéo được chiếc tàu to ?

b) Nếu độ lớn lực kéo $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ của mỗi chiếc canô là 100N và góc tạo bởi $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ là 60° thì hợp lực tác động lên chiếc tàu bằng bao nhiêu?

Giải:

a) Vì chiếc tàu chịu tác động của hợp lực tạo bởi 2 canô nên hai chiếc canô nhỏ có thể kéo được chiếc tàu to.

b) Vẽ hình bình hành ABCD như hình vẽ.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{F_2}$$

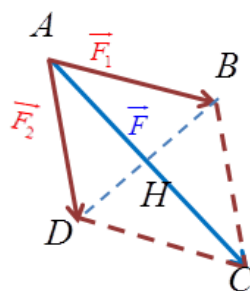
$$\overrightarrow{F} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$$

Xét tam giác ABD cân tại A có góc A bằng 60° nên là tam giác đều. Gọi H là trung điểm BD.

$$\sin B = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AH = 100 \cdot \sin 60^\circ = 50\sqrt{3}$$

$$|\overrightarrow{F}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = 2 \cdot AH = 100\sqrt{3} \text{ (N)}$$

Vậy hợp lực tác động lên chiếc tàu bằng $100\sqrt{3} \text{ N}$



PHẦN 5: HOẠT ĐỘNG MỞ RỘNG

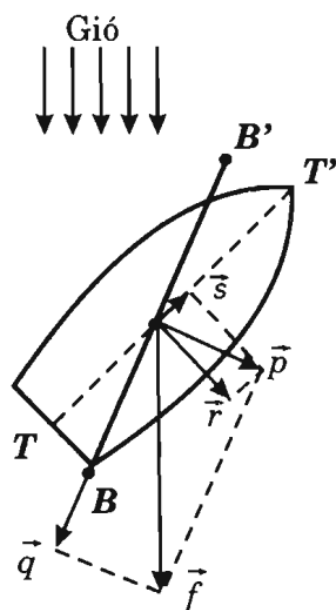
Thuyền buồm chạy ngược chiều gió

Thông thường người ta vẫn nghĩ rằng gió thổi về hướng nào thì sẽ đẩy thuyền buồm về hướng đó. Trong thực tế con người đã nghiên cứu tìm cách lợi dụng sức gió làm cho thuyền buồm chạy ngược chiều gió. Vậy người ta đã làm như thế nào để thực hiện được điều tưởng chừng như vô lí đó?

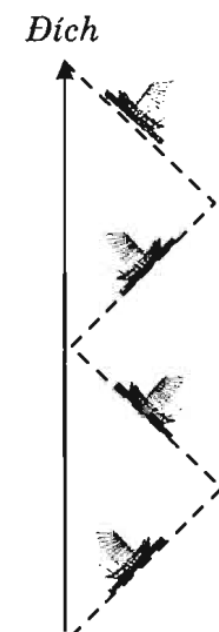


Nói một cách chính xác thì người ta có thể làm cho thuyền chuyển động theo một góc nhọn, gần bằng $\frac{1}{2}$ góc vuông đối với chiều gió thổi. Chuyển động này được thực hiện theo đường dích dắc nhằm tới hướng cần đến của mục tiêu.

Để làm được điều đó ta đặt thuyền theo hướng TT' và đặt buồm theo phương BB' như hình vẽ.



Hình 1.12



Xuất phát

Khi đó gió thổi tác động lên mặt buồm một lực. Tổng hợp lực là lực $\vec{f}$ có điểm đặt ở chính giữa buồm. Lực $\vec{f}$ được phân tích thành hai lực : lực $\vec{p}$ vuông góc với cánh buồm BB' và lực $\vec{q}$ theo chiều dọc cánh buồm. Ta có $\vec{f} = \vec{p} + \vec{q}$. Lực $\vec{q}$ này không đẩy buồm đi đâu cả vì lực cản của gió đối với buồm không đáng kể. Lúc đó chỉ còn lực $\vec{p}$ đẩy buồm dưới một góc vuông. Như vậy khi có gió thổi, luôn luôn có một lực $\vec{p}$ vuông góc với mặt phẳng BB' của buồm. Lực $\vec{p}$ này được phân tích thành lực $\vec{r}$ vuông

góc với sống thuyền và lực $\vec{s}$ dọc theo sống thuyền TT' hướng về mũi thuyền. Khi đó ta có $\vec{p} = \vec{s} + \vec{r}$. Lực $\vec{r}$ rất nhỏ so với sức cản rất lớn của nước, do thuyền buồm có sống thuyền rất sâu. Chỉ còn lực $\vec{s}$ hướng về phía trước dọc theo sống thuyền đẩy thuyền đi một góc nhọn ngược với chiều gió thổi. Bằng cách đổi hướng thuyền theo con đường đích dắc, thuyền có thể đi tới đích theo hướng ngược chiều gió mà không cần lực đẩy.

NHÓM TP HỒ CHÍ MINH:

Trần Đức Ngọc

Lê Phan Phương Ngọc

Trần Thị Ngọc Diệp