

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

CHƯƠNG TRÌNH CHUYÊN SÂU MÔN TOÁN LỚP 11
TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN

I. Mục đích

- Thống nhất trên phạm vi toàn quốc kế hoạch và nội dung dạy học môn Toán cho học sinh lớp 11 chuyên Toán các trường THPT chuyên.
- Thống nhất trên phạm vi toàn quốc nội dung bồi dưỡng học sinh khá, giỏi Toán cấp THPT.

II. Kế hoạch dạy học

Tổng số tiết. $4 \text{ tiết/ tuần} \times 150\% \times 37 \text{ tuần} = 222 \text{ tiết}$; trong đó có 51 tiết dành cho việc giảng dạy các chuyên đề.

- Học kỳ I: $6 \text{ tiết / tuần} \times 19 \text{ tuần} = 114 \text{ tiết}$.
- Học kỳ II: $6 \text{ tiết / tuần} \times 18 \text{ tuần} = 108 \text{ tiết}$.

III. Nội dung giảng dạy

1. Các căn cứ để biên soạn và cấu trúc nội dung giảng dạy

- Mục tiêu giáo dục của loại hình trường THPT chuyên nói chung và của các lớp chuyên Toán nói riêng;
- Thực trạng hiện nay của các lớp chuyên Toán trên phạm vi toàn quốc;
- Hướng dẫn nội dung dạy – học môn Toán trong các lớp chuyên Toán trường THPT chuyên, ban hành theo Công văn số 8969/THPT, ngày 22/08/2001, của Bộ Giáo dục và Đào tạo;
- Chương trình nâng cao THPT môn Toán hiện hành.
- Hướng dẫn nội dung dạy học môn Toán lớp 10 trường THPT chuyên, ban hành theo Công văn số 12865/BGDĐT-GDTrH, ngày 06/11/2006 của Bộ Giáo dục và Đào tạo.

2. Cấu trúc nội dung giảng dạy

Nội dung giảng dạy gồm 2 phần:

- *Nội dung bắt buộc* đối với mọi loại đối tượng học sinh chuyên Toán;
- *Các chuyên đề*, bao gồm các chuyên đề bắt buộc và các chuyên đề không bắt buộc. (Trong mục 4.2 dưới đây, các Chuyên đề không bắt buộc được đánh dấu “*”).

3. Tổng quan về nội dung giảng dạy

• **Nội dung bắt buộc** (mục 4.1) được xây dựng nhằm mục đích giúp cho việc tiếp thu kiến thức của học sinh đạt hiệu quả cao, cũng như giúp cho các học sinh khá, giỏi Toán có điều kiện rèn luyện phát triển tư duy Toán học. Trật tự của một số phần trong Chương trình nâng cao THPT môn Toán hiện hành được sắp xếp lại, đồng thời một số phần được bổ sung thêm kiến thức. Cụ thể, các mạch kiến thức được xây dựng như sau:

- *Phần Đại số và Giải tích*: Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác, Số phức; Tổ hợp, Xác suất; Dãy số, cấp số cộng, cấp số nhân; Giới hạn; Đạo hàm.

- *Phần Hình học*: Phép dời hình và phép đồng dạng trong mặt phẳng; Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian, quan hệ song song; Vectơ trong không gian, quan hệ vuông góc trong không gian.

• **Các chuyên đề** (mục 4.2):

- Các *Chuyên đề bắt buộc* nhằm mục đích chủ yếu giúp học sinh khai thác sâu hơn các kiến thức trong sách giáo khoa và ôn tập, hệ thống các kiến thức, phương pháp giải Toán đã biết; qua đó tạo điều kiện cho học sinh củng cố, rèn luyện năng lực phát hiện và giải quyết vấn đề.

- Các *Chuyên đề không bắt buộc* nhằm mục đích gợi ý các nội dung nên giảng dạy cho các học sinh có năng lực học Toán tốt, tạo điều kiện cho các em phát huy tối đa khả năng tiếp thu của mình trong thời gian học tập ở nhà trường phổ thông vào việc tích lũy kiến thức và rèn luyện, phát triển tư duy; đồng thời, giúp các học sinh này được trang bị đầy đủ về kiến thức và kỹ năng khi các em tham gia các kỳ thi chọn học sinh giỏi quốc gia hay quốc tế môn Toán.

4. Nội dung giảng dạy chi tiết

4.1 Nội dung bắt buộc

ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH (112 tiết)

Chủ đề	Mức độ cần đạt	Ghi chú
I. Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác. Số phức. (29 tiết)		
<i>1. Hàm số lượng giác</i> - Định nghĩa, tập giá trị, tính tuần hoàn, tính chẵn lẻ của các hàm số lượng giác cơ bản. - Tính tuần hoàn, chu kì (cơ sở) của một số hàm số lượng giác có dạng thường gặp. - Sự biến thiên, đồ thị của một số hàm số lượng giác có dạng thường	• <i>Về kiến thức:</i> - Hiểu định nghĩa, tính tuần hoàn, tính chẵn lẻ và cách vẽ đồ thị của các hàm số lượng giác cơ bản. - Hiểu cách khảo sát tính tuần hoàn, tìm chu kì (cơ sở), cách vẽ đồ thị của các hàm số lượng giác dạng: $y = A\sin(\alpha x + \beta) + B$ và $y = A\sin(\alpha x + \beta) + B\cos(\alpha x + \beta)$, trong đó A, B, α, β là các hằng số thực. • <i>Về kỹ năng:</i>	- Trình bày khái niệm hàm số lượng giác (của biến số thực). - Cần nhắc lại các kiến thức về hàm tuần hoàn mà học sinh đã được học ở lớp 10 chuyên Toán, trên cơ sở đó hướng dẫn học sinh khảo sát tính tuần hoàn của các hàm số lượng giác cơ bản. - Cần chú ý cho học sinh luyện tập giải các bài toán về khảo sát tính tuần

gặp.	- Thành thạo trong việc tìm chu kì của các hàm số lượng giác có dạng vừa nêu trên. - Sử dụng thành thạo các phép biến đổi đồ thị hàm số để vẽ đồ thị của các hàm số lượng giác có dạng vừa nêu trên, từ đồ thị của hàm số $y = \sin x$.	hoàn và tìm chu kì của các hàm số lượng giác có dạng thường gặp.
<i>2. Phương trình lượng giác</i> - Phương trình lượng giác cơ bản, phương trình bậc 2, trùng phương, bậc 3 (đơn giản) đối với một hàm số lượng giác cơ bản. - Phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$, phương trình thuần nhất bậc hai, bậc ba đối với $\sin x$ và $\cos x$, phương trình đối xứng đối với $\sin x$ và $\cos x$, phương trình đối xứng đối với $\tan x$ và $\cot x$. - Phương pháp giải một số dạng phương trình lượng giác không mẫu mực.	• <i>Về kiến thức:</i> - Hiểu cách giải các phương trình lượng giác có dạng được nêu ở cột "Chủ đề". - Biết cách giải một số phương trình lượng giác không mẫu mực. - Biết vận dụng các kiến thức về giải phương trình lượng giác vào việc tìm tập giá trị của các hàm số lượng giác. • <i>Về kỹ năng:</i> - Giải thành thạo các phương trình lượng giác có dạng cơ bản. - Thành thạo các biến đổi lượng giác để có thể quy việc giải các phương trình lượng giác về việc giải các phương trình lượng giác có dạng cơ bản. - Thành thạo trong việc tìm nghiệm chung của một số phương trình lượng giác có cùng ẩn số. - Biết giải các bài tập về nghiệm của các phương trình lượng giác có chứa tham số.	- Nên hướng dẫn học sinh sử dụng tính chất tuần hoàn trong việc giải các phương trình lượng giác cơ bản. - Cần cho học sinh luyện tập giải các bài tập có liên quan đến tập giá trị của các hàm số lượng giác (ví dụ: Tìm tập giá trị, Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của một hàm số lượng giác, ...). - Nên cho học sinh luyện tập giải các phương trình lượng giác có thể quy về phương trình lượng giác có các dạng đã nêu ở cột "Chủ đề".
<i>3. Bất phương trình lượng giác</i> Các bất phương trình lượng giác cơ bản và phương pháp giải.	• <i>Về kiến thức:</i> Hiểu phương pháp giải các bất phương trình lượng giác cơ bản. • <i>Về kỹ năng:</i> Giải thành thạo bất phương trình lượng giác cơ bản.	Các bất phương trình lượng giác cơ bản: $\sin x \geq a, \cos x \geq a, \tan x \geq a, \cot x \geq a,$ $\sin x \leq a, \cos x \leq a, \tan x \leq a, \cot x \leq a,$ trong đó a là một hằng số thực.

4. Số phức - Định nghĩa số phức, mặt phẳng phức; dạng đại số của số phức. - Các phép toán về số phức trong dạng đại số. - Dạng lượng giác của số phức. Các phép toán về số phức trong dạng lượng giác. Công thức Moa-vơ. Căn bậc n của một số phức.	• <i>Về kiến thức:</i> - Hiểu: - các khái niệm: số phức, mặt phẳng phức, mô đun của số phức, căn bậc n của một số phức; - các phép toán về số phức; - công thức Moa-vơ; - cách tìm căn bậc n của một số phức. • <i>Về kỹ năng:</i> - Thực hiện thành thạo các phép toán về số phức. - Viết được dạng lượng giác của một số phức khi biết dạng đại số của số phức đó. - Biết vận dụng công thức Moa-vơ vào việc giải các bài tập có liên quan.	- Cần nêu để học sinh thấy mối liên hệ giữa số phức và vector, giữa số phức và hình học phẳng. - Nên kết hợp việc giảng dạy phần này với việc giảng dạy chuyên đề "Đa thức" (Chuyên đề 4).
II - Tổ hợp, xác suất. (25 tiết)		
1. Tổ hợp - Quy tắc cộng và quy tắc nhân. - Chỉnh hợp, hoán vị, chỉnh hợp lặp, hoán vị lặp, tổ hợp. - Nhị thức Niu-ton.	• <i>Về kiến thức:</i> - Hiểu các khái niệm: chỉnh hợp, hoán vị, chỉnh hợp lặp, hoán vị lặp, tổ hợp. - Vận dụng được quy tắc cộng, quy tắc nhân và công thức nhị thức Niu-ton trong các tình huống cụ thể. • <i>Về kỹ năng:</i> - Nhận dạng nhanh và đúng chỉnh hợp, chỉnh hợp lặp, hoán vị, hoán vị lặp trong các tình huống cụ thể. - Biết vận dụng linh hoạt quy tắc cộng, quy tắc nhân và công thức nhị thức Niu-ton trong các tình huống cụ thể không phức tạp.	- Nhằm nâng cao hiệu quả tiếp thu kiến thức của học sinh, cần kết hợp việc giảng dạy phần này với việc giảng dạy Chuyên đề "Đại số tổ hợp" (Chuyên đề 1). - Cùng với việc trình bày phương pháp quy nạp chứng minh công thức nhị thức Niu-ton, cần trình bày phương pháp tổ hợp chứng minh công thức đó.
2. Xác suất - Phép thử và biến cố.	• <i>Về kiến thức:</i> - Hiểu các khái niệm: phép thử ngẫu nhiên, không	

- Xác suất của biến cố và các tính chất cơ bản của xác suất. - Biến cố xung khắc, công thức cộng xác suất. - Biến cố độc lập, công thức nhân xác suất.	gian mẫu, biến cố liên quan đến phép thử. - Hiểu định nghĩa cổ điển, định nghĩa thống kê xác suất của một biến cố và các tính chất : $P(\emptyset) = 0, P(\Omega) = 1, 0 \leq P(A) \leq 1$ - Hiểu các khái niệm: biến cố hợp, biến cố giao, biến cố đối, biến cố xung khắc, biến cố độc lập. - Hiểu định lý cộng và định lý nhân xác suất. • <i>Về kĩ năng:</i> - Xác định được: Phép thử ngẫu nhiên, không gian mẫu, biến cố liên quan đến phép thử ngẫu nhiên và tính được xác suất của một biến cố theo định nghĩa. - Biết vận dụng công thức cộng, công thức nhân xác suất trong các bài tập cụ thể.	
<i>3. Biến ngẫu nhiên rời rạc</i> - Định nghĩa biến ngẫu nhiên rời rạc. - Kỳ vọng, phương sai và độ lệch chuẩn của biến ngẫu nhiên rời rạc.	• <i>Về kiến thức</i> Biết khái niệm biến ngẫu nhiên rời rạc, phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc, kỳ vọng, phương sai, độ lệch chuẩn của biến ngẫu nhiên rời rạc. • <i>Về kĩ năng:</i> - Lập và đọc được bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc với một số ít giá trị. - Tính được kỳ vọng, phương sai và độ lệch chuẩn của biến ngẫu nhiên rời rạc trong các bài tập.	
III. Dãy số. Cấp số cộng. Cấp số nhân. (15 tiết)		
<i>1. Dãy số</i> - Định nghĩa dãy số (vô hạn và hữu hạn), dãy con của một dãy số. - Các cách cho một dãy số. Các phép	• <i>Về kiến thức:</i> - Hiểu các khái niệm: dãy số (vô hạn và hữu hạn), số hạng tổng quát của một dãy số, dãy con của một dãy số, dãy số đơn điệu, dãy số bị chặn, dãy số tuần	- Cần gắn việc giảng dạy phần này với việc củng cố cho học sinh các kiến thức tương ứng về hàm số đã được học ở lớp 10 chuyên Toán.

toán về dãy số. - Dãy số đơn điệu, dãy số bị chặn, dãy số tuần hoàn (định nghĩa và các phương pháp khảo sát).	hoàn, tổng, hiệu, tích, thương của hai dãy số. - Hiểu cách cho một dãy số bởi công thức của số hạng tổng quát, bởi hệ thức truy hồi, bằng mô tả. - Biết các phương pháp khảo sát tính đơn điệu, bị chặn, tính tuần hoàn của một dãy số. • <i>Về kĩ năng:</i> - Biết cách xét tính đơn điệu, tính bị chặn, tính tuần hoàn của một dãy số. - Giải thành thạo các bài tập có mức độ tương đương hoặc cao hơn mức độ của các bài tập thuộc phần Dãy số trong sách Bài tập Đại số và Giải tích 11 Nâng cao (Nhà xuất bản Giáo dục, 2007).	- Cần chú ý cho học sinh luyện tập giải các bài tập có sử dụng phương pháp qui nạp Toán học. - Cần đề cập mối liên hệ giữa tính đơn điệu của hàm số f và tính đơn điệu của dãy số (x_n) xác định bởi hệ thức: $x_{n+k} = f(x_n)$.
<i>2. Cấp số cộng</i> - Định nghĩa, điều kiện cần và đủ để một dãy số là cấp số cộng. - Số hạng tổng quát. - Công thức tính tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng.	• <i>Về kiến thức:</i> - Hiểu: định nghĩa cấp số cộng. điều kiện cần và đủ để một dãy số là cấp số cộng, công thức xác định số hạng tổng quát, công thức tính tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng. • <i>Về kĩ năng:</i> - Biết vận dụng linh hoạt các kết quả được học vào việc giải các bài tập về cấp số cộng ở mức độ yêu cầu của Chương trình Đại số và Giải tích 11 Nâng cao.	Cần chú ý cho học sinh luyện tập giải các bài toán thực tiễn có liên quan đến cấp số cộng.
<i>3. Cấp số nhân</i> - Định nghĩa, điều kiện cần và đủ để một dãy số là cấp số nhân. - Số hạng tổng quát. - Công thức tính tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số nhân. - Phương pháp tìm số hạng tổng quát của dãy số (u_n), xác định bởi hệ thức	• <i>Về kiến thức:</i> - Hiểu: định nghĩa cấp số nhân. điều kiện cần và đủ để một dãy số là cấp số nhân, công thức xác định số hạng tổng quát, công thức tính tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số nhân. • <i>Về kĩ năng:</i> - Biết vận dụng linh hoạt các kết quả được học vào việc giải các bài tập về cấp số nhân ở mức độ yêu cầu	• Cần chú ý cho học sinh luyện tập giải các bài toán: - có nội dung thực tiễn liên quan đến cấp số nhân; - có nội dung liên quan đồng thời đến cả hai cấp số (cộng và nhân); - có nội dung liên quan đến việc tìm số hạng tổng quát của dãy số được

truy hồi: $u_{n+1} = au_n + b,$ với a, b là các hằng số và $a \neq 1, b \neq 0$.	của Chương trình Đại số và Giải tích 11 Nâng cao. - Thành thạo trong việc tìm số hạng tổng quát của dãy số (u_n) , xác định bởi hệ thức truy hồi: $u_{n+1} = au_n + b,$ với a, b là các hằng số và $a \neq 1, b \neq 0$.	cho bởi hệ thức truy hồi $u_{n+1} = au_n + b.$ • Ngay sau khi giảng dạy phần này, nên bố trí giảng dạy các nội dung 1, 2, 3 của Chuyên đề "Dãy số và Giới hạn của dãy số" (Chuyên đề 3).
IV - Giới hạn. (13 tiết)		
1. Giới hạn của dãy số - Định nghĩa giới hạn của dãy số. - Một số định lý về giới hạn của dãy số. - Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn. Số e. - Dãy số có giới hạn vô cực.	• <i>Về kiến thức:</i> - Hiểu: khái niệm giới hạn của dãy số, định nghĩa tổng của cấp số nhân lùi vô hạn, các định lý (được học) về giới hạn của dãy số. - Hiểu các phương pháp khảo sát sự hội tụ và tìm giới hạn của một dãy số. • <i>Về kỹ năng:</i> - Biết vận dụng các phương pháp khảo sát sự hội tụ và tìm giới hạn của một dãy số để giải các bài tập cụ thể. - Biết vận dụng công thức tính tổng của cấp số nhân lùi vô hạn để giải các bài tập có liên quan.	• Sử dụng ngôn ngữ "ε, n" để diễn đạt định nghĩa giới hạn của dãy số. • Ngoài các định lý về giới hạn của dãy số đã được trình bày trong SGK Đại số và Giải tích 11 Nâng cao, cần trình bày các định lý sau về giới hạn của dãy số: - Định lý kẹp; - Định lý Vai-ơ-xtrat; - Định lý về mối liên hệ giữa sự hội tụ của một dãy số và sự hội tụ của các dãy con. • Ngay sau khi giảng dạy phần này, nên bố trí giảng dạy nội dung 4 của Chuyên đề "Dãy số và Giới hạn của dãy số" (Chuyên đề 3).
2. Giới hạn của hàm số - Định nghĩa. - Một số định lý về giới hạn của hàm số. - Mở rộng khái niệm giới hạn của hàm số (giới hạn một bên, giới hạn	• <i>Về kiến thức:</i> - Hiểu: khái niệm giới hạn, giới hạn một bên, giới hạn tại vô cực của hàm số, các định lý (được học) về giới hạn của hàm số. - Biết các phương pháp xử lý các dạng vô định.	Ngoài các định lý về giới hạn của hàm số đã được trình bày trong SGK Đại số và Giải tích 11 Nâng cao, cần trình bày định lý kẹp về giới hạn của hàm số.

tại vô cực và giới hạn vô cực). - Các dạng vô định.	• <i>Về kĩ năng:</i> - Biết cách tìm giới hạn, giới hạn một bên của hàm số tại một điểm, tại vô cực. - Biết xử lí một cách linh hoạt các dạng vô định.	
3. Hàm số liên tục - Định nghĩa hàm số liên tục tại một điểm, trên một khoảng, một đoạn. - Một số định lí về hàm số liên tục.	• <i>Về kiến thức:</i> - Hiểu: định nghĩa hàm số liên tục tại một điểm, trên một khoảng, một đoạn; các định lí (được học) về hàm số liên tục. • <i>Về kĩ năng:</i> - Biết cách khảo sát tính liên tục của hàm số tại một điểm, trên một khoảng, một đoạn. - Biết vận dụng định lí về giá trị trung gian để chứng minh sự tồn tại nghiệm của một phương trình.	Ngoài các định lí về hàm số liên tục đã được trình bày trong SGK Đại số và Giải tích 11 Nâng cao, cần trình bày định lí về mối liên hệ giữa tính liên tục của hàm số trên một đoạn và sự tồn tại giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn đó.
V - Đạo hàm. (15 tiết)		
1. Khái niệm đạo hàm - Định nghĩa, ý nghĩa hình học và vật lí (cơ học, điện học) của đạo hàm của hàm số tại một điểm. - Đạo hàm của hàm số trên một khoảng. (Định nghĩa, đạo hàm của các hàm số thường gặp). - Đạo hàm một bên. Đạo hàm của hàm số trên một nửa khoảng, một đoạn.	• <i>Về kiến thức:</i> - Hiểu các khái niệm: đạo hàm của hàm số tại một điểm, đạo hàm của hàm số trên một khoảng, đạo hàm một bên, đạo hàm của hàm số trên một nửa khoảng, một đoạn. - Hiểu cách tính đạo hàm tại một điểm theo định nghĩa. - Hiểu ý nghĩa hình học và vật lí của đạo hàm. • <i>Về kĩ năng:</i> - Biết cách tính đạo hàm của hàm số tại một điểm theo định nghĩa. - Viết được phương trình tiếp tuyến của đồ thị một số hàm số đơn giản khi biết tọa độ của tiếp điểm. - Biết cách xác định tọa độ của tiếp điểm khi biết hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số.	

<i>2. Các quy tắc tính đạo hàm</i> - Đạo hàm của một số hàm sơ cấp. - Đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương của những hàm số. - Đạo hàm của hàm số hợp.	• <i>Về kiến thức:</i> Hiểu các công thức được học. • <i>Về kỹ năng:</i> Vận dụng thành thạo các công thức được học để tính đạo hàm của: hàm lũy thừa với số mũ nguyên dương, hàm đa thức, hàm phân thức hữu tỷ, hàm căn thức, hàm hợp của các hàm có dạng vừa nêu.	
<i>3. Đạo hàm của các hàm số lượng giác</i> - Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$. - Đạo hàm của các hàm số lượng giác cơ bản.	• <i>Về kiến thức:</i> Hiểu các kết quả được học. • <i>Về kỹ năng:</i> - Biết vận dụng công thức $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ để tìm giới hạn. - Tính thành thạo đạo hàm của các hàm số lượng giác.	Cần chứng minh công thức $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$
<i>4. Vi phân</i> - Vi phân của hàm số tại một điểm. - Ứng dụng của vi phân vào tính gần đúng. - Vi phân của hàm số.	• <i>Về kiến thức:</i> Biết khái niệm vi phân. • <i>Về kỹ năng:</i> Tính được vi phân của một số hàm số đơn giản và ứng dụng trong tính gần đúng.	
<i>5. Đạo hàm cấp cao</i> - Định nghĩa và cách tính. - Ý nghĩa cơ học của đạo hàm cấp hai.	• <i>Về kiến thức:</i> Hiểu khái niệm đạo hàm cấp cao và ý nghĩa cơ học của đạo hàm cấp hai. • <i>Về kỹ năng:</i> - Tính được đạo hàm cấp 2 đến cấp 4 của một hàm số cho trước. - Riêng đối với một số hàm số đơn giản, tính được đạo hàm cấp n của nó.	

VI. Ứng dụng của đạo hàm. (15 tiết)		
1. Xác định khoảng đồng biến, nghịch biến của một hàm số. - Điều kiện cần và đủ để một hàm số đồng biến trên một khoảng, một đoạn. - Điều kiện cần và đủ để một hàm số nghịch biến trên một khoảng, một đoạn.	• Về kiến thức: Hiểu các định lý được học. • Về kỹ năng: - Biết vận dụng các định lý được học để xác định các khoảng (đoạn) đơn điệu của một hàm số. - Biết vận dụng các định lý được học vào việc xác định các giá trị của tham số để một hàm số phụ thuộc tham số đó đồng biến, nghịch biến trên một khoảng, một đoạn cho trước.	Yêu cầu chứng minh các định lý được nêu.
2. Xác định các điểm cực trị, giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số - Định nghĩa điểm cực trị, cực trị của hàm số; điểm cực trị của đồ thị hàm số. - Sử dụng đạo hàm tìm các điểm cực trị của hàm số. - Sử dụng đạo hàm tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một đoạn.	• Về kiến thức: - Hiểu các khái niệm: điểm cực trị, cực trị của hàm số; điểm cực trị. - Hiểu các quy tắc tìm các điểm cực trị của một hàm số. • Về kỹ năng: - Vận dụng được các quy tắc được học để tìm các điểm cực trị của một hàm số. - Vận dụng được các kiến thức được học vào việc xác định các giá trị của tham số để một hàm số phụ thuộc tham số đó có các điểm cực trị thỏa mãn các điều kiện cho trước.	
3. Xác định khoảng lồi, lõm của hàm số. - Định nghĩa hàm số lồi, hàm số lõm trên một khoảng; điểm uốn của đồ thị hàm số. - Sử dụng đạo hàm xác định các khoảng lồi, lõm của một hàm số; tìm điểm uốn	• Về kiến thức: - Hiểu các khái niệm: hàm số lồi, hàm số lõm trên một khoảng; điểm uốn của đồ thị hàm số. - Hiểu phương pháp sử dụng đạo hàm (cấp 2) để xác định các khoảng lồi, lõm của một hàm số, hoành độ của điểm uốn của đồ thị hàm số.	Thống nhất định nghĩa hàm số lồi, hàm số lõm trên một khoảng như sau: - Hàm số f xác định trên khoảng (a, b) được gọi là hàm số <i>lồi</i> trên khoảng đó nếu với mọi $x_1, x_2 \in (a, b)$ ta luôn có

của đồ thị hàm số.	Về kĩ năng: Xác định được các khoảng lồi, lõm của một hàm số, hoành độ của điểm uốn của đồ thị hàm số bằng cách sử dụng đạo hàm của hàm số đó.	$\frac{1}{2}(f(x_1) + f(x_2)) \leq f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right).$ - Hàm số f xác định trên khoảng (a, b) được gọi là hàm số <i>lõm</i> trên khoảng đó nếu với mọi $x_1, x_2 \in (a, b)$ ta luôn có $\frac{1}{2}(f(x_1) + f(x_2)) \geq f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right).$
4. <i>Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số</i> - Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số khi biết tọa độ của tiếp điểm. - Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số khi biết góc giữa tiếp tuyến đó và một đường thẳng cho trước. - Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số khi biết tọa độ của một điểm thuộc tiếp tuyến đó.	Về kiến thức: Hiểu cách viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số khi biết một trong các điều sau: - tọa độ của tiếp điểm; - tiếp tuyến đó song song hay vuông góc với một đường thẳng cho trước; - tọa độ của một điểm thuộc tiếp tuyến đó. Về kĩ năng: Thành thạo trong việc viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số trong các trường hợp vừa nêu trên.	Nên cho học sinh luyện tập cách viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số trong trường hợp tiếp tuyến đó tạo với một đường thẳng cho trước một góc không đổi khác 0^0 và 90^0 .

HÌNH HỌC (59 tiết)

Chủ đề	Mức độ cần đạt	Ghi chú
I. Phép dời hình và phép đồng dạng trong mặt phẳng. (9 tiết)		
1. <i>Phép dời hình, hợp thành của các phép dời hình, nhóm các phép dời hình.</i> 2. <i>Phép đồng dạng, nhóm các phép đồng dạng.</i>	Về kiến thức, kĩ năng: - Hiểu khái niệm và các tính chất của các phép biến hình được học. - Hiểu khái niệm hai hình bằng nhau, hai hình đồng dạng.	Nên kết hợp việc giảng dạy phần này với việc giảng dạy Chuyên đề "Phép dời hình và phép đồng dạng" (Chuyên đề 5).

	- Biết vận dụng các phép biến hình để giải toán.	
II. Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian. Quan hệ song song. (21 tiết)		
1. Đại cương về đường thẳng và mặt phẳng.	<i>Về kiến thức:</i> Biết các tiên đề về hình học không gian. <i>Về kỹ năng:</i> Vận dụng linh hoạt các tính chất về giao tuyến của hai mặt phẳng; giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng vào giải bài tập.	- Giới thiệu hệ tiên đề của hình học không gian (xem Sách giáo viên Hình học 11 Nâng cao). - Cần chú ý cho học sinh luyện tập giải các bài toán dựng thiết diện của hình chóp cắt bởi một mặt phẳng.
2. Hai đường thẳng chéo nhau và hai đường thẳng song song. - Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng. - Hai đường thẳng song song.	<i>Về kiến thức:</i> Hiểu khái niệm hai đường thẳng: trùng nhau, song song, cắt nhau, chéo nhau trong không gian và các định lý liên quan. <i>Về kỹ năng:</i> Vận dụng được các định lý vào giải bài tập.	
3. Đường thẳng và mặt phẳng song song.	<i>Về kiến thức:</i> - Hiểu khái niệm đường thẳng song song với mặt phẳng và các định lý liên quan. <i>Về kỹ năng:</i> - Biết vận dụng linh hoạt các định lý để giải bài tập.	
4. Hai mặt phẳng song song. Hình lăng trụ và hình hộp.	<i>Về kiến thức:</i> - Hiểu khái niệm hai mặt phẳng song song và điều kiện để hai mặt phẳng song song. - Hiểu định lý Ta-lét (thuận và đảo) trong không gian. - Hiểu khái niệm hình lăng trụ, hình hộp, hình chóp cụt.	Cần chú ý cho học sinh luyện tập giải các bài toán dựng thiết diện của hình lăng trụ cắt bởi một mặt phẳng.

	• <i>Về kĩ năng:</i> Biết vận dụng linh hoạt các kết quả được học vào việc giải bài tập.	
5. Phép chiếu song song. Hình biểu diễn của một hình không gian	• <i>Về kiến thức:</i> Hiểu khái niệm phép chiếu song song; hình biểu diễn của một hình không gian. • <i>Về kĩ năng:</i> Sử dụng được phép chiếu song song vào giải bài tập.	
III. Vector trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian. (29 tiết)		
1. Vector trong không gian - Vector. Cộng vector, nhân vector với một số. Điều kiện đồng phẳng của ba vector. - Tích vô hướng của hai vector.	• <i>Về kiến thức:</i> Hiểu: - Quy tắc hình hộp để cộng vector trong không gian; - Khái niệm và điều kiện đồng phẳng của ba vector trong không gian. • <i>Về kĩ năng:</i> - Xác định được góc giữa hai vector trong không gian. - Vận dụng được kiến thức về vector vào giải toán.	
2. Hai đường thẳng vuông góc - Vector chỉ phương của đường thẳng. - Góc giữa hai đường thẳng. - Hai đường thẳng vuông góc.	• <i>Về kiến thức:</i> - Hiểu các khái niệm: vector chỉ phương của đường thẳng; góc giữa hai đường thẳng; hai đường thẳng vuông góc với nhau. - Hiểu điều kiện để hai đường thẳng vuông góc với nhau. • <i>Về kĩ năng:</i> Biết vận dụng linh hoạt kiến thức được học vào	

	việc xác định góc giữa hai đường thẳng và chứng minh hai đường thẳng vuông góc với nhau.	
<i>3. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.</i> - Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng. Phép chiếu vuông góc. - Định lý ba đường vuông góc. - Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.	• <i>Về kiến thức:</i> - Hiểu: điều kiện để đường thẳng vuông góc với mặt phẳng; phép chiếu vuông góc. - Hiểu mối liên hệ giữa tính song song và tính vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng. • <i>Về kỹ năng:</i> - Biết vận dụng linh hoạt kiến thức được học vào việc xác định góc giữa đường thẳng và mặt phẳng, chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng; đường thẳng vuông góc với đường thẳng và giải các bài tập có liên quan.	
<i>4. Hai mặt phẳng vuông góc</i> - Góc giữa hai mặt phẳng, hai mặt phẳng vuông góc. - Hình lăng trụ đứng, hình hộp chữ nhật, hình lập phương. - Hình chóp đều và hình chóp cụt đều.	• <i>Về kiến thức:</i> - Hiểu: - Khái niệm góc giữa hai mặt phẳng; - Khái niệm và điều kiện hai mặt phẳng vuông góc; - Tính chất hình lăng trụ đứng, lăng trụ đều, hình hộp đứng, hình hộp chữ nhật, hình lập phương; - Khái niệm hình chóp đều và chóp cụt đều. • <i>Về kỹ năng:</i> - Giải được các bài toán về xác định góc giữa hai mặt phẳng, chứng minh hai mặt phẳng vuông góc. - Vận dụng được tính chất của lăng trụ đứng, hình hộp, hình chóp đều, chóp cụt đều vào giải bài tập.	- Cần giới thiệu khái niệm góc nhị diện, góc tam diện, góc đa diện. - Nên kết hợp việc giảng dạy phần này với việc giảng dạy Chuyên đề "Hình tứ diện và hình hộp" (Chuyên đề 7).
<i>5. Khoảng cách</i> - Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng, đến một mặt phẳng.	<i>Về kiến thức, kỹ năng:</i> Hiểu và xác định được:	

- Khoảng cách giữa hai đường thẳng, giữa đường thẳng và mặt phẳng, giữa hai mặt phẳng.	- Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng; - Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng; - Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song; - Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song; - Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song; - Đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau; - Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau.	
--	---	--

4.2. Các chuyên đề

• Chuyên đề 1: Đại số tổ hợp. (12 tiết)

a. Mục đích:

- Bổ sung cho học sinh các kiến thức cần thiết, có liên quan mật thiết với các kiến thức được giảng dạy ở phần 1 Chủ đề 2 phần Đại số - Giải tích thuộc Nội dung bắt buộc nêu trên (mục 4.1); từ đó, giúp học sinh có một cách nhìn hệ thống đối với các kiến thức tổ hợp được giảng dạy trong nhà trường phổ thông theo Chương trình Đại số - Giải tích 11 Nâng cao hiện hành;

- Giúp học sinh hình thành, rèn luyện, phát triển tư duy và thẩm mỹ Toán học.

b. Nội dung:

1. Số phần tử của một tập hợp hữu hạn: Định nghĩa và các tính chất cơ bản.
2. Tổ hợp lặp: Định nghĩa và công thức tính số tổ hợp lặp chập k của một tập hợp có n phần tử.
3. Các phương pháp tìm số phần tử của một tập hợp hữu hạn.
4. Ứng dụng của phép đếm số phần tử của một tập hợp hữu hạn trong việc giải các bài toán tổ hợp.

• Chuyên đề 2*: Xác suất.

a. Mục đích:

- Bổ sung và nâng cao một số kiến thức và kỹ năng cho học sinh về Xác suất, trên cơ sở các kiến thức về Xác suất học sinh đã được học trong phạm vi Chương trình Giải tích và Đại số lớp 11 Nâng cao.

- Mở rộng hiểu biết của học sinh về xác suất.

b. Nội dung:

1. Khái niệm xác suất có điều kiện.
2. Quy tắc cộng xác suất mở rộng.
3. Quy tắc nhân xác suất mở rộng.
4. Công thức xác suất đầy đủ.
5. Công thức Bayet.
6. Công thức Becnuli.
7. Biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức.
8. Khái niệm biến ngẫu nhiên liên tục.

• Chuyên đề 3: Dãy số và Giới hạn của dãy số. (12 tiết)

a. Mục đích:

- Bổ sung và nâng cao một số kiến thức và kỹ năng về dãy số và giới hạn của dãy số, trên cơ sở các kiến thức học sinh đã được học trong phạm vi Chương trình Giải tích và Đại số lớp 11 Nâng cao.

- Mở rộng hiểu biết của học sinh về dãy số.

b. Nội dung:

1. Phương pháp tìm số hạng tổng quát của một số dạng dãy số.
2. Dãy Phi-bô-na-xi: Định nghĩa - một số tính chất đơn giản - các bài toán có liên quan.
3. Các bài toán chọn lọc về dãy số nguyên.
4. Luyện tập về các phương pháp khảo sát sự hội tụ và tìm giới hạn của một dãy số.

• Chuyên đề 4: Đa thức.(8 tiết)

a. Mục đích: Bổ sung và nâng cao một số kiến thức và kỹ năng về đa thức.

b. Nội dung

1. Định lí Viet (thuận, đảo) và một số kết quả đơn giản liên quan đến nghiệm của một đa thức. Công thức nội suy La-gran-ge.
2. Phép chia đa thức. Định lí Bơ-du. Thuật toán Ô-clit tìm ước chung lớn nhất của hai đa thức.
3. Đa thức nguyên tố cùng nhau: Định nghĩa và một số tính chất đơn giản.
Đa thức khả qui và bất khả qui.
4. Đa thức đối xứng.
5. Đa thức Trê-bư-sep.
6. Đa thức với hệ số phức. Định lí Đa-lăm-be. Ứng dụng của số phức trong lí thuyết đa thức với hệ số thực.

• **Chuyên đề 5: Phép dời hình và phép đồng dạng. (9 tiết)**

a. Mục đích:

- Bổ sung một số kiến thức về phép dời hình và đồng dạng.
- Giúp học sinh rèn luyện kĩ năng vận dụng linh hoạt các phép biến hình vào việc giải quyết các bài toán hình học; trên cơ sở đó, giúp học sinh phát triển tư duy hình học nói riêng và tư duy Toán học nói chung.

b. Nội dung:

- Hợp thành của các phép biến hình, đảo ngược của một phép biến hình.
- Mặt phẳng định hướng. Phép dời hình thuận và nghịch.
- Dạng chính tắc của phép dời hình.
- Dạng chính tắc của phép đồng dạng.
- Áp dụng phép dời hình và phép đồng dạng vào các bài toán chứng minh.
- Áp dụng phép dời hình và phép đồng dạng vào các bài toán quỹ tích và dựng hình.

• **Chuyên đề 6*: Phép nghịch đảo trong mặt phẳng.**

- a. Mục đích:* Giới thiệu cho học sinh một phép biến hình mới: phép nghịch đảo. Trên cơ sở đó, giúp học sinh có cách nhìn toán diện và sâu sắc hơn về các phép biến hình.

b. Nội dung:

- Định nghĩa phép nghịch đảo. Các tính chất.
- Ảnh của đường thẳng và đường tròn qua phép nghịch đảo.

- Tính bảo giác của phép nghịch đảo.
- Các ứng dụng của phép nghịch đảo.

• **Chuyên đề 7: Hình tứ diện và hình hộp. (10 tiết)**

a. *Mục đích:* Tìm hiểu sâu hơn các tính chất của hình tứ diện và hình hộp.

b. *Nội dung:*

- Tứ diện vuông. Các tính chất.
- Tứ diện trực tâm. Các tính chất.
- Tứ diện đều và gần đều. Các tính chất.
- Các loại hình hộp.
- Tứ diện nội tiếp hình hộp.
- Một số bài toán ôn tập tổng hợp về tứ diện và hình hộp.

IV. Hướng dẫn thực hiện

4. 1. Hướng dẫn thực hiện kế hoạch dạy học

- Tùy theo tình hình thực tế, các đơn vị có thể điều chỉnh thời lượng giảng dạy (được đề xuất trong văn bản này) của mỗi chủ đề trong phần “Nội dung bắt buộc” (mục 4.1). Việc điều chỉnh thời lượng (nếu có) phải đảm bảo không làm thay đổi tổng thời lượng (được ấn định trong văn bản này) dành cho việc giảng dạy mỗi phần (Đại số, Giải tích, Hình học và Chuyên đề).
- Số thứ tự của các Chuyên đề không thể hiện trình tự giảng dạy của các Chuyên đề đó. Hơn nữa, có thể giảng dạy các Chuyên đề xen kẽ với việc giảng dạy các nội dung của phần “Nội dung bắt buộc”.
- Các đơn vị chủ động xây dựng kế hoạch giảng dạy chi tiết cho phù hợp với điều kiện thực tế của đơn vị mình, đảm bảo tính hợp lý khoa học, tạo điều kiện thuận lợi cho việc tiếp thu kiến thức của học sinh.
- Để khắc phục sự bất cập hiện nay giữa thời lượng giảng dạy chính khóa và yêu cầu về dung lượng kiến thức cần trang bị cho học sinh chuyên Toán, các đơn vị nên bố trí các buổi ngoại khóa để giảng dạy các Chuyên đề không bắt buộc cho học sinh.

4. 2. Hướng dẫn thực hiện nội dung giảng dạy

- Việc giảng dạy các nội dung đã nêu ở mục 4.1 phần III cần đạt được các yêu cầu sau đây:

+ Kiến thức tối thiểu phải trang bị cho học sinh bao gồm tất cả các kiến thức được đề cập trong Chương trình nâng cao môn Toán lớp 11 hiện hành.

+ Hạn chế tối đa việc bắt học sinh phải thừa nhận các kết quả lí thuyết có thể chứng minh được nhờ các kiến thức đã được học.

+ Đảm bảo học sinh giải thành thạo các bài tập có mức độ tương đương hoặc cao hơn mức độ của các bài tập trong sách Bài tập (Đại số và Giải tích, Hình học) Nâng cao lớp 11 (NXB Giáo dục, 2007).

- Có thể coi các mạch kiến thức đã được trình bày ở mục 2.1 phần III như một đề xuất, một gợi ý cho việc giảng dạy các kiến thức cần truyền tải tới học sinh. Căn cứ quan điểm khoa học, sự phạm của bản thân cùng các điều kiện thực tế khác có liên quan, giáo viên có thể chủ động tạo ra các mạch kiến thức khác cho việc giảng dạy của mình, đảm bảo mục tiêu hình thành và phát triển tư duy Toán học của học sinh.

- Căn cứ mục đích của các Chuyên đề và điều kiện cụ thể của địa phương mình, các đơn vị chủ động biên soạn nội dung giảng dạy cụ thể của các Chuyên đề.

- Tại những nơi có điều kiện, nên tổ chức cho học sinh tự học một số nội dung của các Chuyên đề dưới sự hướng dẫn của giáo viên.

4. 3. Phương pháp giảng dạy

- Tích cực hóa hoạt động học tập của học sinh; rèn luyện khả năng tự học, khả năng phát hiện và giải quyết vấn đề của học sinh; đảm bảo hình thành và phát triển ở học sinh tư duy Toán học, thẩm mỹ Toán học. Đặc biệt lưu ý tránh tạo dựng cho học sinh thói quen tiếp thu kiến thức một cách thụ động, hình thức.

- Tăng cường sử dụng các thiết bị dạy học một cách phù hợp và có hiệu quả.

4. 4. Về đánh giá kết quả học tập của học sinh

Cần sử dụng đa dạng các hình thức đánh giá, đảm bảo việc đánh giá một cách toàn diện, chính xác. Cần chú ý đánh giá trình độ phát triển tư duy toán học, năng lực sáng tạo trong khi học và giải toán. Ngoài việc kiểm tra thường xuyên hoặc định kỳ (kiểm tra miệng; kiểm tra viết 15 phút, một tiết, cuối học kỳ), cần chú ý theo dõi và quan sát đối với từng học sinh về ý thức học tập toán, sự tự giác và hứng thú, sự tiến bộ trong lĩnh hội và vận dụng kiến thức, về phát triển tư duy toán học, phát hiện và bồi dưỡng những học sinh có năng lực học tập đặc biệt. Ngoài ra có thể dùng hình thức cho học sinh làm các bài tập chuyên đề để tập dượt khả năng nghiên cứu, rèn luyện tư duy độc lập, sáng tạo của học sinh. Tạo điều kiện để học sinh tham gia đánh giá kết quả đạt được của người khác trong nhóm, trong lớp và tự đánh giá. Thực hiện

công khai hoá các kết quả đánh giá; phát huy tác dụng điều chỉnh của hoạt động đánh giá đối với việc học toán và dạy toán của học sinh, giáo viên.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

Để biên soạn tài liệu giảng dạy cụ thể, các giáo viên có thể tham khảo các tài liệu sau:

1. Sách giáo khoa, sách bài tập, sách giáo viên Đại số và giải tích nâng cao lớp 11, NXB Giáo dục, 2007.
2. Sách giáo khoa, sách bài tập, sách giáo viên Hình học nâng cao lớp 11, NXB Giáo dục, 2007.
3. Vũ Đình Hòa, *Lý thuyết tổ hợp và các bài tập ứng dụng*. NXB Giáo dục, Hà nội, 2002.
4. Phan Huy Khải, *10000 bài toán sơ cấp phân dãy số*, NXB Hà nội 1997.
5. Nguyễn Văn Mậu, Nguyễn Thuỷ Thanh, *Giới hạn dãy số và hàm số*, NXB Giáo dục, 2002.
6. Nguyễn Văn Mậu, *Một số bài toán chọn lọc về dãy số*, NXB Giáo dục, 2003.
7. Nguyễn Đăng Phát, *Các phép biến hình trong mặt phẳng và ứng dụng trong giải toán hình học*, NXB Giáo dục, 2005.
8. Đặng Hùng Thắng, *Mở đầu về lý thuyết xác suất và ứng dụng*, NXB Giáo dục, 2005.
9. Đặng Hùng Thắng, *Bài tập xác suất*, NXB Giáo dục, 2006.
10. Đặng Hùng Thắng, Nguyễn Xuân Liêm, *Bài tập nâng cao và một số chuyên đề Đại số và Giải tích 11*, NXB Giáo dục, 2007.
11. *Tuyển tập 30 năm Tạp chí Toán học và Tuổi trẻ*, NXB Giáo dục, 1997.
12. Các đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia lớp 12 THPT môn Toán.
13. *Đề thi vô địch các nước*. Tập 1, 2, 3, NXB Hải Phòng.
14. Các đề thi Olympic Toán học quốc tế.
15. Tài liệu chuyên môn của các Lớp bồi dưỡng nghiệp vụ hè hằng năm do trường Đại học Khoa học Tự nhiên - ĐHQG Hà Nội tổ chức.